3.1. Talesov poučak o proporcionalnim dužinama

Broj sati: 3

*Udžbenik: stranice 108. – 117.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

B.8.2. Primjenjuje razmjer.

B.8.3. Rješava i primjenjuje linearnu jednadžbu.

C.8.3. Primjenjuje Talesov poučak.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

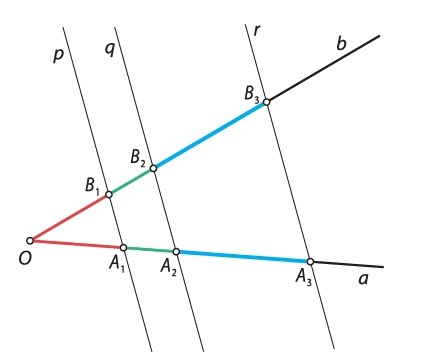
**Tijek nastavnih sati**

* **Talesov poučak o proporcionalnim dužinama**

**Aktivnost 1 – Istraživanje: Kako prikazati Talesov poučak o proporcionalnim dužinama?**

Učitelj učenicima dijeli listić (*Prilog 1*) i daje upute za istraživanje ili učenici koriste udžbenik (str.108) i sve crtaju i zapisuju u bilježnicu. Učenici samostalno izvode zaključke (vrednovanje kao učenje), a učitelj pomaže i usmjerava ukoliko je potrebno.

**Talesov poučak o proporcionalnim dužinama glasi:** usporedni pravci odsijecaju na krakovima kuta proporcionalne (razmjerne) duljine dužina.



Vrijedi i **obrat Talesova poučka**: ako pravci na krakovima kuta odsijecaju proporcionalne dužine, tada su ti pravci usporedni.

**Aktivnost 2 – Primjena Talesovog poučka**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 1.* učitelj pokazuje kako uz primjenu Talesovog poučka odrediti

tražene omjere duljina dužina istaknutih na slici kuta presječenog dvama usporednim pravcima.

Učenici rješavaju zadatak 1. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Primjena Talesovog poučka na određivanje nepoznate duljine**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 2.* učitelj pokazuje kako uz primjenu Talesovog poučka odrediti

nepoznatu duljinu dužine koja je istaknuta na slici kuta presječenog dvama usporednim pravcima.

Učenici rješavaju zadatak 2.a,c,d te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 3 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 3 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 3 – listići za vrednovanje za učenje

**Razrađeni problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci**

* Aktivnost 1 (*Prilog 1*)

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* 2.b,e
* Zadaci za vježbu: 15.
* **Dijeljenje dužine na jednake dijelove i u zadanom omjeru**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o Talesovom poučku o proporcionalnim dužinama te o dijeljenju dužine na jednake dijelove (vrednovanje za učenje).

Učenici su u petom razredu učili dijeliti dužinu na 2, 4, 8, 16, … jednakih dijelova konstrukcijom simetrale dužine. Ponekad dužinu trebamo podijeliti na 3, 5, 6, 7, 9, … jednakih dijelova, što nam omogućuje Talesov poučak o proporcionalnim dužinama.

**Aktivnost 2 – Dijeljenje dužine na pet jednakih dijelova**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 3.* i/ili pomoću prezentacije (e-sfera: Geometrija u ravnini -> Talesov poučak o proporcionalnim dužinama -> e-Matematika -> Dijeljenje dužine)učitelj pokazuje kako bez mjerenja dužinu podijeliti na pet jednakih dijelova.

Učenici rješavaju zadatke 3. – 5. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Dijeljenje dužine u zadanom omjeru**

Učitelj učenicima postavlja problem: Na raspolaganju vam je letvica duljine dva metra potrebna za uramljivanje slike. Koje će dimenzije imati slika oblika pravokutnika ako se duljine njezinih stranica moraju odnositi kao 2 : 3?

Učitelj napominje da se taj problem može riješiti geometrijskom konstrukcijom uz primjenu Talesova poučka o proporcionalnim dužinama.

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 4.* i/ili pomoću prezentacije (e-sfera: Geometrija u ravnini -> Talesov poučak o proporcionalnim dužinama -> e-Matematika -> Dijeljenje dužine u zadanom omjeru)učitelj pokazuje kako bez mjerenja dužinu podijeliti u zadanom omjeru.

Učenici rješavaju zadatke 6. i 7. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Točka koja dijeli dužinu u zadanom omjeru**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 5.* učitelj pokazuje kako odrediti u kojem omjeru točka dijeli dužinu.

Učenici rješavaju zadatke 8. – 11. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Duljine stranica trokuta u zadanom omjeru**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 6.* učitelj pokazuje kako konstruirati trokut kojem je poznat opseg i omjeri duljina stranica.

Učenici rješavaju zadatke 12. – 14. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3, 4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 34. – 39.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 17., 20., 22., 24., 25., 27.
* **Uvježbavanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o kvadriranju umnoška i količnika (vrednovanje za učenje).

Učenici odgovaraju na pitanje iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Objasnite kako Talesov poučak o proporcionalnim dužinama omogućuje izračunavanje nepoznatih duljina zadanih dužina.

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju Nastavni listić i/ili zadatke 16., 18., 21., 26., 30. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Geometrija u ravnini -> Talesov poučak o proporcionalnim dužinama -> Matematika + -> provjera znanja Talesov poučak (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.3.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.3. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 2 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Geometrija u ravnini -> Talesov poučak o proporcionalnim dužinama -> Matematika + -> provjera znanja Talesov poučak (kratki kviz)
* Aktivnost 2 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 2 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Domaća zadaća**

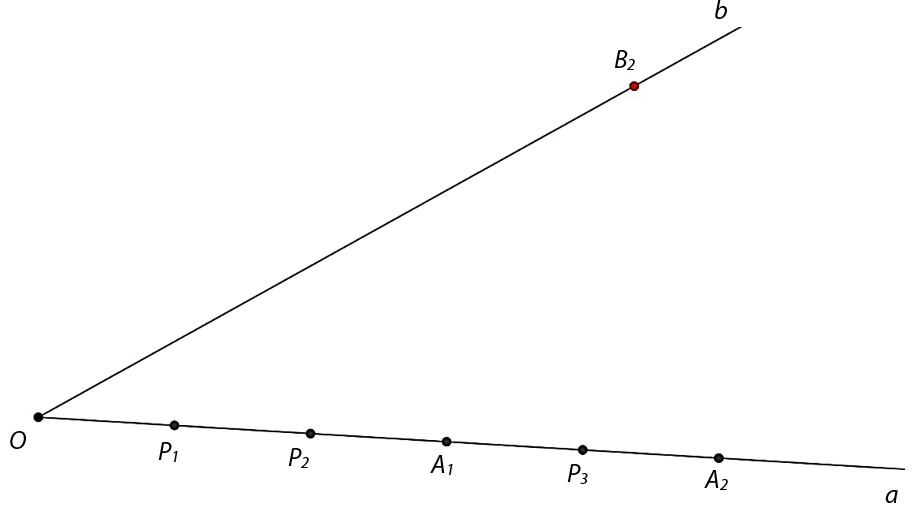
* Zadatci za vježbu: 19., 23., 28.
* Povežite i primijenite: 32., 33.
* e-sfera: Geometrija u ravnini -> Talesov poučak o proporcionalnim dužinama -> Matematika + -> provjera znanja Talesov poučak (dugi kviz)

**Prilozi pripremi**

**Prilog 1: Istraživanje: Kako prikazati Talesov poučak o proporcionalnim dužinama?**

Na slici je nacrtan šiljasti kut .

Na polupravcu *a* istaknute su točke *P1*, *P2, A1, P3* i *A2* tako da je 

gdje je 1 mjerna jedinica.

Na polupravcu *b* istaknuta je točaka *B2*.

1. Nacrtajte pravac koji prolazi točkama *A2* i *B2*.

2. S pomoću dvaju trokuta povucite kroz točku *A1* pravac usporedan s pravcem *A2B2* koji siječe

polupravac *b* u točki *B1*.

3. Odredite omjere:

Što uočavate?

4. Odredite omjer: 

Što uočavate?

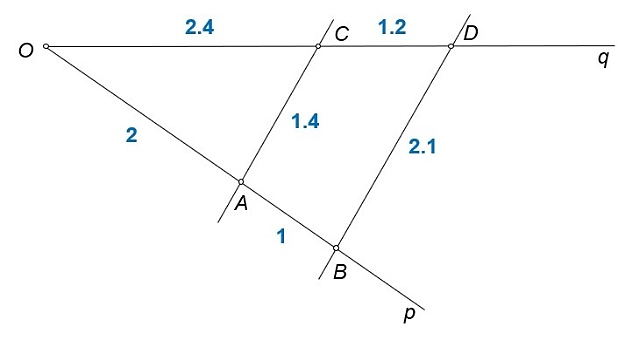
**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

Krakovi kuta presječeni su usporednim

 pravcima.

Odredite:

a) 

b) 

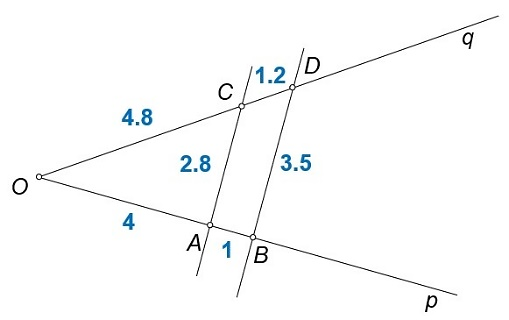
c) 

d) 

♦ Pitanja:

Krakovi kuta presječeni su usporednim

pravcima.



Odredite:

a) 

b) 

c) 

d) 

**Primjer 2: :** Lista za samoprocjenu 1 (Prilog B)

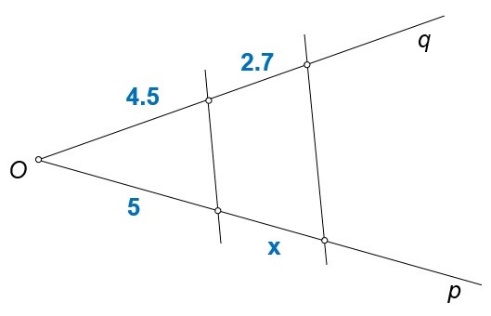
Tvrdnje:

* Dijeljenje dužine na jednake dijelove.
* Dijeljenje dužine u zadanom omjeru.
* Konstrukcija trokut kojem je zadan opseg i omjer duljina stranica.

**Primjer 3:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

1. Krakovi kuta presječeni su usporednim

 pravcima. Odredite nepoznatu duljinu *x*.

2. Nacrtajte dužinu  duljine 81 mm i

podijelite je bez mjerenja na 7 jednakih

dijelova.

3. Konstruirajte trokut opsega 12.5 cm

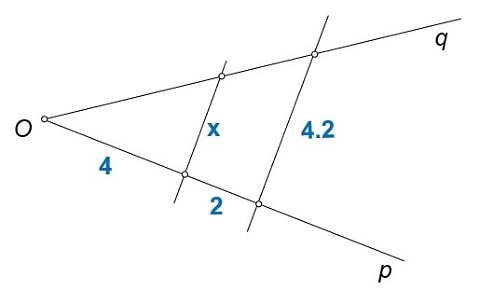
kojemu se duljine stranica odnose kao

3 : 2 : 4.

♦ Pitanja:

1. Krakovi kuta presječeni su usporednim

pravcima. Odredite nepoznatu duljinu *x*.



2. Nacrtajte dužinu  duljine 77 cm i

podijelite je bez mjerenja na 5 jednakih

dijelova.

3. Konstruirajte trokut opsega 13.2 cm

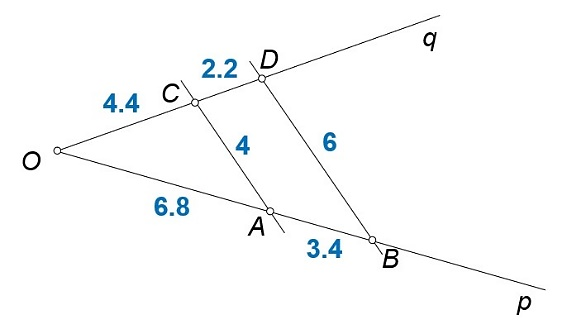
kojemu se duljine stranica odnose kao

4 : 3 : 5.

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Krakovi kuta presječeni su usporednim pravcima.



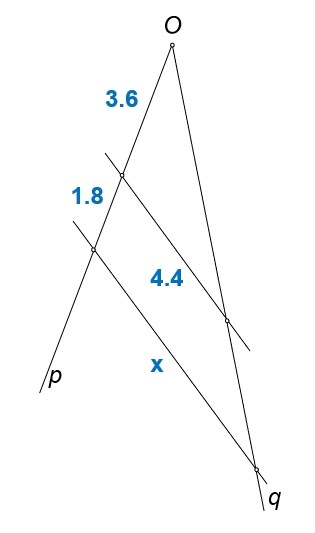
Tvrdnje:

* = 2 : 1
* = 17 : 11
* = 17 : 11

Zadatak:

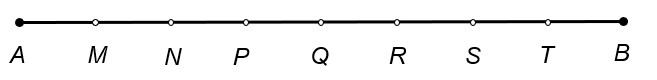
Krakovi kuta presječeni su usporednim

pravcima. Odredite nepoznatu duljinu *x*.



**Primjer 2:** Kviz (Prilog D)

Nacrtana je dužina  koja je točkama *M, N, P, Q, R, S* i *T* podijeljena na osam jednakih dijelova.



Tvrdnje:

* Točka *M* dijeli dužinu u omjeru 7 : 1.
* Točka *P* dijeli dužinu u omjeru 3 : 5.
* Točka *N* dijeli dužinu u omjeru 1 : 3.

Zadatci:

* Konstruirajte jednakostranični trokut opsega 87 mm.
* Konstruirajte pravokutnik opsega 13.9 cm ako se duljine njegovih stranica odnose kao 3 : 5.

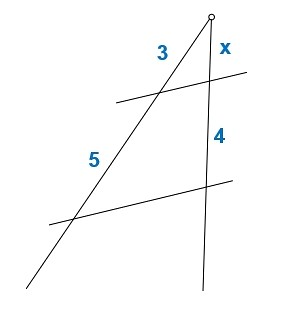
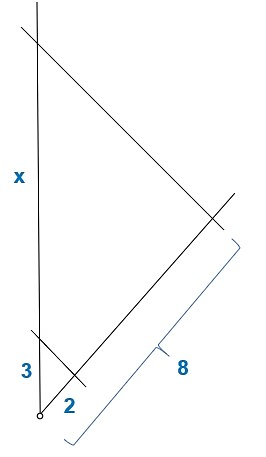
**Primjer 3:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

* Dužinu duljine 7 cm podijelite na devet jednakih dijelova.
* Dužinu duljine 11.9 cm podijelite u omjeru 3 : 2 : 5.
* Zadane su duljine dužina  i . Odredite omjer .
* Zbroj duljina susjednih stranica pravokutnika je 6.5 cm, a njihove se duljine odnose kao 2 : 5. Konstruirajte taj pravokutnik.

**Nastavni listić**

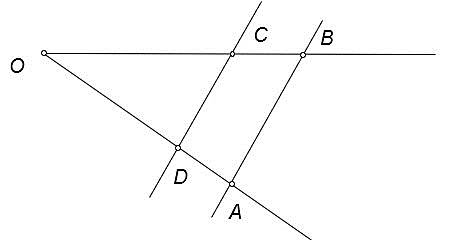
1. Krakovi kuta presječeni su usporednim pravcima. Odredite nepoznatu duljinu *x*.



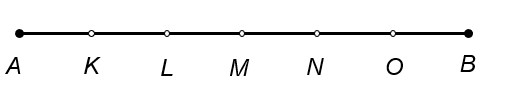
a) b)

2. Neka je . Zadano je ,  ,  i . Odredite duljine

dužina  i .



3. Nacrtana je dužina  koja je točkama *K, L, M, N,*  i *O* podijeljena na šest jednakih dijelova.



a) Odredite omjere:





b) Koja od navedenih točaka dijeli dužinu  u omjeru 2 : 1?

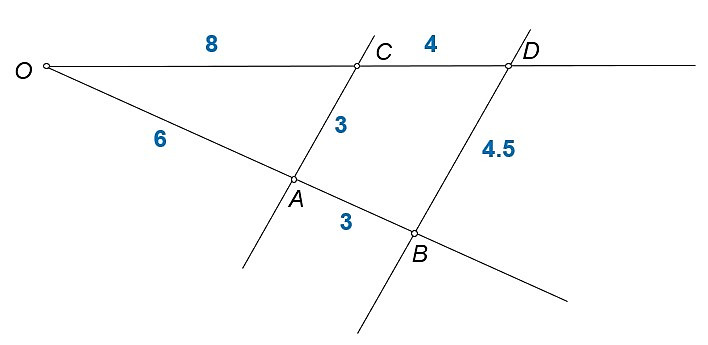
4. Nacrtajte dužinu  duljine 6.4 cm, a zatim je bez mjerenja podijelite:

a) na 5 jednakih dijelova b) točkom *T* u omjeru 6 : 1

5. Konstruirajte pravilan šesterokut opsega 11 cm.

6. Zadana je dužina  duljine 7.6 cm. Konstruirajte kvadrat čija je stranica duljine .

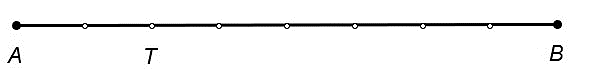
**Dopunski zadatci**

1. Krakovi kuta presječeni su usporednim pravcima.

Odredite omjere:

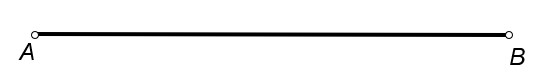
a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

2. Dužina  podijeljena je na osam jednakih dijelova. U kojem su omjeru dužine  i ?

3. Nacrtanu dužinu  bez mjerenja podijelite na 3 jedna dijela.



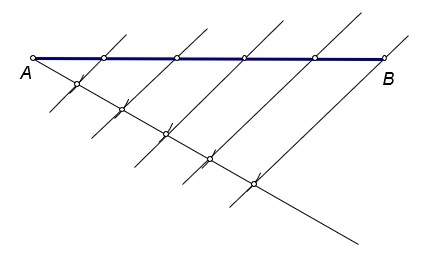
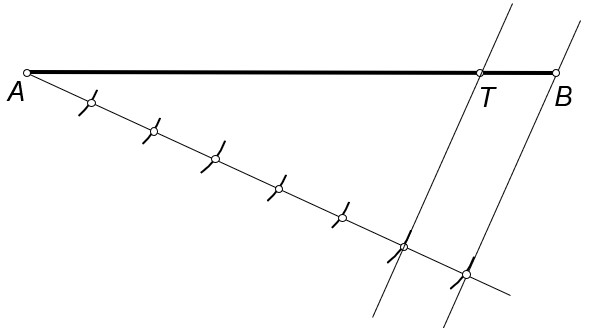
4. Nacrtanu dužinu  bez mjerenja podijelite točkom *T* u omjeru 5 : 2.

**Rješenja nastavnog listića**

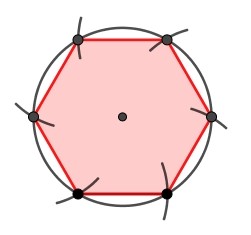
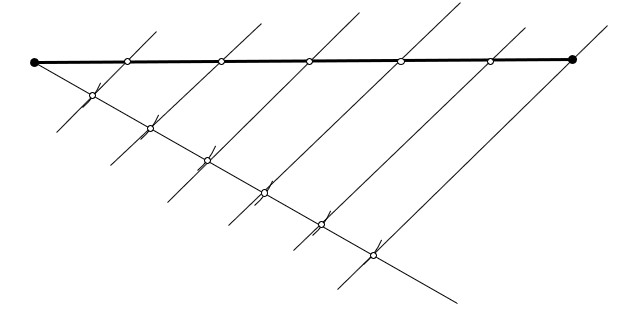
1. a) x = 2.4, b) x = 9

2. , 

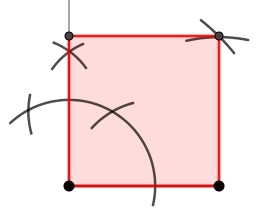
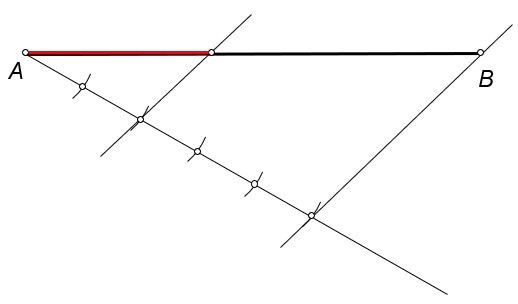
3. a) , , b) točka *N*



4. a) b)



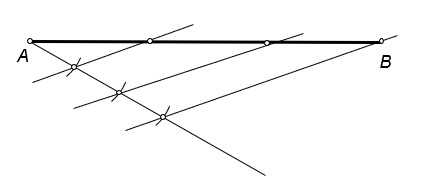
5.



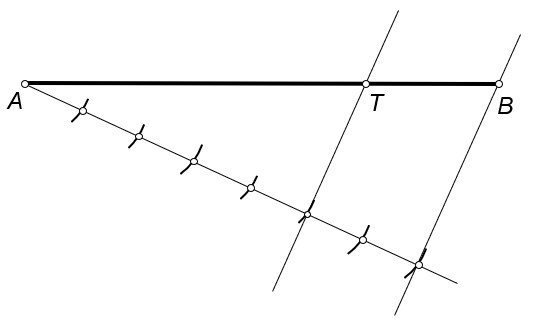
6.

**Rješenja dopunskih zadataka**

1. a) 2 : 1, b) 3 : 4, c) 2 : 3, d) 2 : 1, e) 3 : 4, f) 2 : 3

2. 1 : 3

3.



4.